



Avtorji gradiva: Barbara Maguša, Jernej Vičič, Matejka Tomazin, Dragan Marušič in Bojan Kuzma

Institucija: FNM (oddelek za matematiko in računalništvo), FAMNIT UP

UPORABNOST MATEMATIKE V ASTRONOMIJI (Medpredmetna povezava matematika - fizika)

Starostna skupina, razred (vrsta srednje šole): 3. ali 4. letnik, srednja šola

Kompetence, ki se razvijajo: omogočen je razvoj tako generičnih kot tudi predmetno-specifičnih kompetenc, vendar v gradivu niso eksplicitno navedene (gradivo je nastalo pred sprejetjem splošnih smernic za gradiva).

Umestitev v učni načrt/Nova vsebina: umestitev je navedena posredno z opisom namena gradiva (gradivo je nastalo pred sprejetjem splošnih smernic za gradiva).

Način evalvacije: teoretična evalvacija vzorčnega gradiva brez preizkusa gradiva v praksi.

1. Kratek povzetek gradiva (nekaj komentarjev):

Gradivo je namenjeno razvijanju naravoslovnih kompetenc s področja fizike in matematike v okviru projektnih dni v srednji šoli. Namenjeno je dijakom 3. ali 4. letnika po usvojenih znanjih o krivuljah II. reda. Aktivnosti so zasnovane tako, da so dijaki aktivno vključeni v proces izgradnje znanja prek zbiranja virov, eksperimentalnega dela in oblikovanja sklepov na delovnih listih. Povezavo z matematiko pomeni uporaba matematičnih konceptov za analitično predstavitev in opisovanje naravoslovnih pojavov in zakonitosti. Zahtevnost gradiva je primerna starostni stopnji in vsebuje primerne izzive za razmišljanje in odkrivanje, prav tako pa gradiva vsebujejo tudi motivacijske elemente in prikaz prenosa znanja v vsakdanje življenje.

Dejansko primernost posameznih vsebin in ustreznost načrtovanja aktivnosti pa lahko potrdi le preizkušanje gradiva v neposredni pedagoški praksi.

2. Vprašalnik ali njegov del (predtest, potest, delovni list,...), ki se ga je reševalo za evalvacijo

Gradivo »UPORABNOST MATEMATIKE V ASTRONOMIJI« spada v sklop gradiv, ki so nastala pred sprejetjem splošnih smernic o eksplicitni vključenosti kompetenc, korelacij s kurikulumom in evalvacijskih testov, zato nima vključenih predtestov in potestov.



GRADIVO:

Uvod

Zelo pogosto vprašanje učencev in dijakov pri pouku matematike je, kje bodo tisto, kar so se naučili, potrebovali. Namen te projektne naloge je predstaviti uporabnost matematike v astronomiji. Astronomija je področje, s katerim se učenci v osnovni in kasneje dijaki v srednji šoli ne ukvarjajo veliko, saj so ji namenjeni le kakšni krožki, v okviru rednega pouka pa je skoraj ni. Sama sem mnenja, da bi moral vsak Zemljan vsaj malo poznati vesolje, v katerem živi, in da je astronomija področje, ki je zelo dobro za prikaz uporabnosti drugih naravoslovnih znanosti.

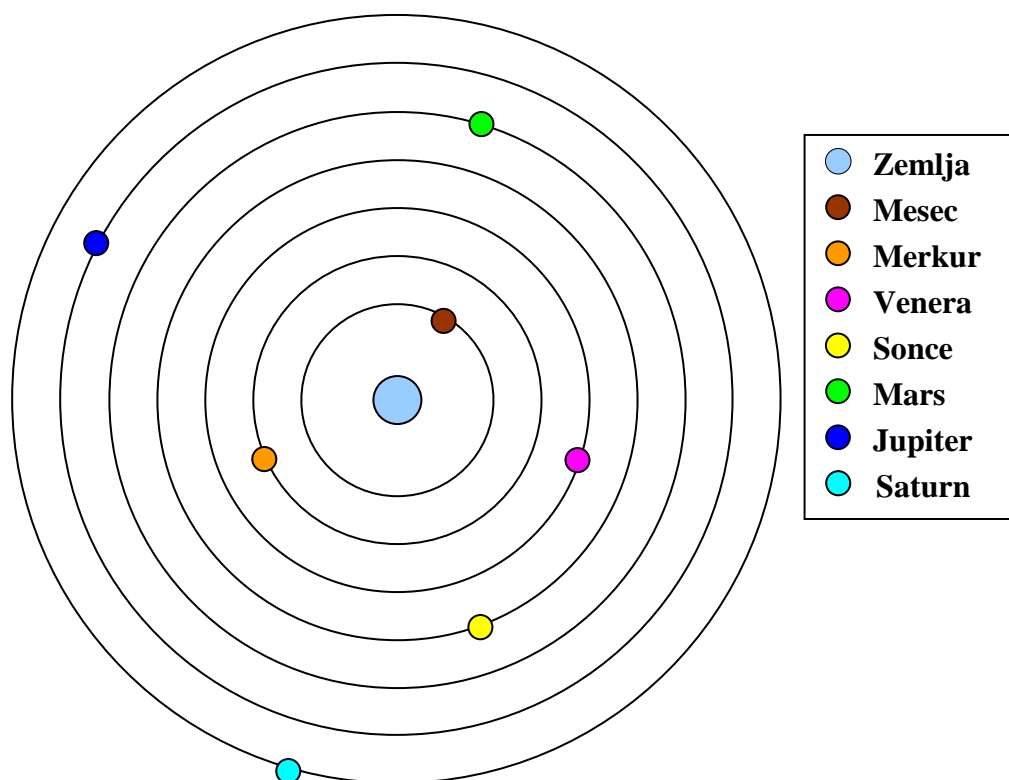
Vesolje, še posebej drugi planeti, so nas ljudi že od nekdaj privlačili, zato sem za prikaz uporabnosti matematike v astronomiji izbrala Sončni sistem, ki ga dijaki verjetno tudi najbolj poznajo. Seveda lahko tovrsten primer uporabe prikažemo šele takrat, ko so dijaki usvojili pojem elipse, lahko pa ga uporabimo tudi kot motivacijo pri vpeljavi pojma elipse in kasneje za njegovo utrjevanje.

Na potepu skozi Osončje

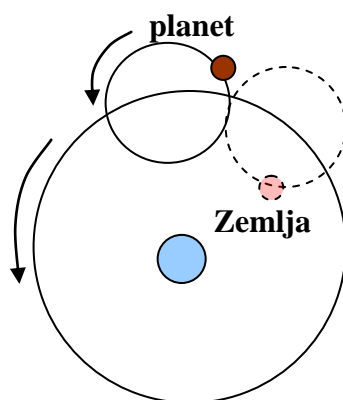
Kot verjetno že nekateri veste, Osončje v grobem sestavljajo Sonce, ki je v njegovem središču, in osem planetov, ki se gibljejo okrog njega (Plutona že nekaj časa ne prištevamo več k planetom). Predstava o našem sončnem sistemu pa vedno ni bila takšna, kot jo poznamo danes, zato si najprej oglejmo, kako so si ga predstavljali naši predniki.

Čeprav je že Aristarh iz Samosa (okrog 265 pr. n. št.) trdil, da je Sonce v središču Osončja in da se vsi planeti, vključno z Zemljo, gibljejo okrog Sonca, se je v antiki uveljavilo prepričanje, da je Zemlja tista, ki je v središču vesolja, ter da Mesec, Sonce in planeti krožijo okoli nje. Gibanje planetov okrog Zemlje so skušali pojasniti tako, da so si omislili model, v katerem planeti, poleg tega da se gibljejo okrog Zemlje, krožijo tudi po nekakšnih umišljenih krožnicah. Takšnemu modelu Osončja pravimo geocentričen model. Zagovarjala sta ga tudi Aristotel in Ptolomej.

Ptolomej je vse ugotovitve grške astronomije zbral v knjigi, znani pod imenom *Almagest*, ki je preko Arabije šele ob koncu srednjega veka ponovno prišla v Evropo, potem pa je geocentrični model Osončja zaradi vpliva krščanstva dobil mnogo privrženecv.



Slika1: Geocentrični model Osončja



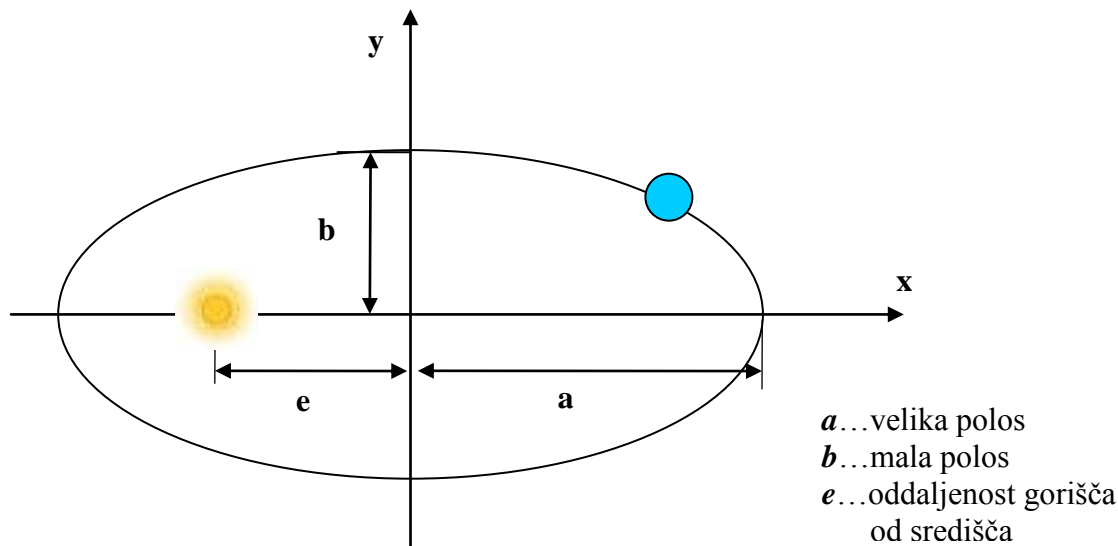
Slika2: Gibanje planeta okrog Zemlje

Šele Nikolaj Kopernik (15. stol.) je Sonce »postavil« v središče Osončja, vendar je imel težave pri napovedovanju položajev planetov, ker je še vedno mislil,



da se planeti okrog Sonca gibljejo po krožnicah. Johannes Kepler (1571–1630) je njegov model dopolnil do takšnega, kot ga poznamo danes. Svoje ugotovitve o gibanju planetov je zapisal v treh zakonih:

I. Tir, po katerem se gibljejo planeti okrog Sonca, je elipsa. Sonce je v enem izmed njenih gorišč.



Opombe:

1. Kadar govorimo o planetih, opazimo tudi podatke o oddaljenosti od Sonca. Razdalja, ki je podana, je dolžina velike polosi a , linearna ekscentričnost e ali ustrezna numerična ekscentričnost $\varepsilon = e/a$ pa podaja sploščenost orbite.

2. Točka na tiru, v kateri je planet najbolj oddaljen od Sonca, se imenuje **afelij** ali **odsončje**, točka, v kateri pa najmanj, pa **perihelij** ali **prisončje**.

1.NALOGA: Določi razdaljo med Soncem in perihelijem ter razdaljo med Soncem in afelijem za Marsovo tirnico, če veš, da njegova je oddaljenost od Sonca $227\,940 \cdot 10^3$ km, numerična ekscentričnost njegove tirnice pa 0,09.

Označimo:

d = razdalja med Soncem in perihelijem

D = razdalja med Soncem in afelijem

Iz prejšnje slike, kjer smo v koordinatni sistem narisali tirnico poljubnega planeta, vidimo, da velja:

$$d = a - e$$



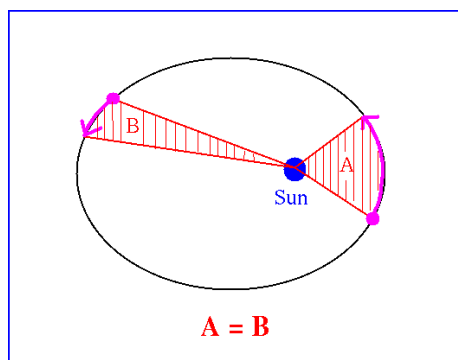
$$D = a + e$$

Numerična ekscentričnost elipse, za katero je $a > b$, je definirana kot $\varepsilon = e/a$. Naši enačbi za izračun iskanih razdalj sedaj zapišemo takole:

$$d = a - e = a - \varepsilon \cdot a = a \cdot (1 - \varepsilon) = 227\,940 \cdot 10^3 \text{ km} \cdot 0,91 = \underline{207\,425 \cdot 10^3 \text{ km}}$$

$$D = a + e = a + \varepsilon \cdot a = a \cdot (1 + \varepsilon) = 227\,940 \cdot 10^3 \text{ km} \cdot 1,09 = \underline{248\,455 \cdot 10^3 \text{ km}}$$

II. Zveznica med planetom in Soncem v enakih časovnih intervalih opiše enako ploščino, zato se planet premika najhitreje, kadar je najbližje Soncu, in najpočasneje, kadar je od Sonca najbolj oddaljen.



III. Kvocient kuba velike polosi a planetove tirnice in kvadrata njegovega obhodnega časa t_0 je konstanten.

2.NALOGA: Koliko časa potrebuje Jupiter, da obide Sonce, če je njegova oddaljenost od Sonca $778\,330 \cdot 10^3 \text{ km}$, Zemljina pa $149\,600 \cdot 10^3 \text{ km}$?

Oznake:

a = polos Zemljine tirnice

t = Zemljin obhodni čas

a_0 = polos Jupitrove tirnice

t_0 = Jupitrov obhodni čas

Zemljin povprečni obhodni čas je 365,25 dni, če upoštevamo, da je eno leto prestopno. Uporabimo sedaj 3. Keplerjev zakon:

$$a^3/t^2 = a_0^3/t_0^2 \rightarrow t_0 = (a_0^3 t^2 / a^3)^{1/2} = 4334,5 \text{ dni} = \underline{11,86 \text{ let}}$$



Do sedaj smo oddaljenost planetov podajali v km. Velikokrat pa jo podajamo v **astronomski enoti**, ki pomeni ravno povprečno oddaljenost Zemlje od Sonca:

$$1 \text{ AE} = 149\,600 \cdot 10^3 \text{ km}$$

3. NALOGA: V spodnji tabeli so za vse planete (op.: Pluton ni planet) zbrani podatki o njihovi oddaljenosti od Sonca in numerični ekscentričnosti njihove orbite. Na prostem (najbolje na večji travnati površini) bomo izdelali model našega Osončja, pri čemer bomo uporabili naslednje merilo: 1 AE = 0,25 m.

Planet	Oddaljenost od Sonca (v 1000 km)	Numerična ekscentričnost
Merkur	57 910	0,21
Venera	108 200	0,01
Zemlja	149 600	0,02
Mars	227 940	0,09
Jupiter	778 330	0,05
Saturn	1 429 400	0,06
Uran	2 870 990	0,05
Neptun	4 504 300	0,01
Pluton	5 913 520	0,25

Kako ga narediti? Najprej seveda potrebujemo podatke o linearni ekscentričnosti e in dolžini velike polosi a vsake orbite, izražene v našem merilu (najbolje v cm). Nato izberemo mesto, ki bo označevalo naše Sonce, in vanj zapičimo stabilen količek. Potem vzamemo dolgo vrvico, ki jo na obeh koncih napnemo, in se približamo količku. Sedaj jo na obeh straneh pritrdimo za količek, da nam ne bo lezla. Ta vrvica bo predstavljala našo x -os in nam bo rabila za odmerjanje razdalj. Sedaj bomo z uporabo vrtnarske konstrukcije elipse narisali orbite planetov, katerih potek bomo označili s kamni in peskom. Za to potrebujemo vrvico dolžine $4a$, pri čemer naj bo a vsaj toliko, kolikor meri velika polos Plutonove orbite, izražena v cm. Orbite planetov bomo risali od zunaj navznoter, torej bomo začeli s Plutonovo. Od mesta, ki označuje Sonce, odmerimo dolžino $2e$, kjer zapičimo drugi količek. Količek, ki označuje Sonce, in ta količek določata gorišči elipse. Sedaj okrog njiju napeljemo zvezano vrvico dolžine $2(a+e)$ in na običajen način z vrvico opišemo elipso. Ko imamo označene vse orbite, na mesto, ki predstavlja Sonce, zapičimo paličico s papirnatim Soncem. Na orbitah si prav tako izberimo mesta, kjer



bodo naši planeti, ter vanje prav tako zapičimo paličice ter vsako opremimo z imenom planeta ter podatkom o njegovi oddaljenosti od Sonca in obhodnem času (v letih).

Literatura

Mitton, S. (1994). Astronomija. Radovljica, Didakta.

Herrmann, J. (1990). Astronomie. Eine Einführung in die Welt des Kosmos. München, Orbis.

3. Poročilo učiteljev o rezultatih in poteku evalvacije (s komentarji avtorja)

Preizkušanje gradiva v praksi še ni bilo izvedeno, zato evalvacije ni.

4. Poročilo (povzetek) avtorja o evalvaciji

Preizkušanje gradiva v praksi še ni bilo izvedeno, zato evalvacije ni.

5. Morebitni predlog avtorja za dopolnitev/izboljšavo gradiva

Zbrani so predlogi recenzentov za izboljšanje gradiva:

- Dodatek zgodovinskega dejstva: [Aristarch iz Samosa](#) je že cca 270 BC zagovarjal heliocentrični sistem. Vendar je njegovo delo utonilo v pozabo.
- Slovnični popravki.
- Dodatek enačbe v besedilu: orbite, tj. $\varepsilon = \frac{e}{a} = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$.
- Dopolnitev 3. Keplerjevega zakona.